



Regresyon kontrol kartı ve bir çalışma

İbrahim Halil Özdamar

Süleyman Demirel Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Endüstri Mühendisliği Bölümü, Isparta

İletişim yazarı/Corresponding author: halilozdamar@sdu.edu.tr, Geliş tarihi/Received: 28.05.2012, Kabul tarihi/Accepted: 22.07.2013

Özet: İstatistiksel kalite kontrolünde, ölçülebilen ve ölçülemeyen özelliklere ait kalite kontrol diyagramları geniş ölçüde kullanılmaktadır. Birçok üretim sürecinde uygulanan işlemler nedeniyle bir süre sonra süreçten elde edilen ürünün ölçülebilen veya ölçülemeyen özelliklerinin değerlerinde değişimlerin meydana geldiği görülür. Bu karakteristikler zamana bağlı olarak artabilir veya azalabilir. Bu gibi durumlarda geleneksel kontrol diyagramlarını kullanmak mümkün olmayabilir. Bu sebepten dolayı ölçülen özelliğin değişimine uygun kontrol grafiği kullanmak gerekir. Bu çalışmada amaca uygun olarak Isparta'da bir yonga levha sektöründe, regresyon kalite kontrol kartı kullanılarak bir uygulama yapılmış ve bağımlı değişken sürekli izlenerek performansı iyileştirmeye çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Regresyon, Regresyon kontrol kartı, İstatistiksel kalite kontrol, Yonga levha endüstrisi

The regression control chart and a case study

Abstract: Statistical quality control diagrams showing measurable and immeasurable attributes are widely used in quality control. Changes in process characteristics are occurred because of the operations applied in much production process. These characteristics may decrease or increase depending on process time. In such circumstances, the traditional quality control diagrams may be insufficient. Instead of the traditional quality control diagrams, regression control charts the fits the changes should be used. In this study, regression quality control chart was assessed to deal with this problem in a fiber-board industry sector in Isparta.

Keywords: Regression, Regression control chart, Statistic quality control, Fiber-board industry

1. Giriş

İstatistiksel süreç kontrolü, herhangi bir süreçteki değişkenliğin analizine ve ölçümüne istatistiksel yöntemlerin uygulanması olarak tanımlanabilir. İstatistiksel süreç kontrolünün nihai amacı, süreçteki değişkenliğin ortadan kaldırılmasıdır. Bir üretim sürecindeki değişkenliğin tam anlamıyla ortadan kaldırılması mümkün olmasa bile istatistiksel süreç kontrolünde kullanılan kontrol grafikleri değişkenliği mümkün olduğu kadar azaltır. Şans faktörleri nedeniyle ortaya çıkan bu değişkenlik ve nedenleri belirlenebilir, sözü edilen bu nedenler genel ve özel nedenlerdir (Gürsakar, 1997).

Kalite kontrol diyagramları hareketli ortalama kartları, tek ölçmeli kontrol kartları, hareketli aralık kartları, csum, shewart ve ewma gibi ölçülebilen özellikler için kullanılan kartlardır, ölçülemeyen özellikler için ise P kartı, C kartı, U kartı gibi geleneksel kartlar kullanılmaktadır (Akkurt, 2002). Bazı durumlarda bu geleneksel kontrol grafiklerini uygulamak mümkün olmayabilir. Uygulanmaması durumunda, alınan örneklerden türetilen gösterge, bir süre sonra grafik üzerindeki kontrol sınırlarının dışına çıkacak ve süreç kontrol dışında olarak algılanabilecektir. Gösterge ilgili spesifikasyon içinde olsa bile ya sürece müdahale edilecek arıza aranacak ya da yeniden ayarlama yapılacaktır. Benzer uygulamaların süreçte aşırı duruşlara neden olacağı açıktır. Ölçülen karakteristikin söz konusu değişimine uygun bir kontrol grafiği kullanmak gerekir. Bu sebeple bu

amaca uygun olacak regresyon kontrol grafiği geliştirilmiştir (Burnak, 1997).

Bu çalışmada geleneksel kartlardan farklı olarak, standart sapmanın değişmediği ancak proses ortalamasının doğrusal bir trende sahip olduğu \bar{X} grafiğine, doğrusal bir trend uydurmak amacıyla, en küçük kareler yöntemini içeren regresyon kartı kullanılmıştır. Bu kontrol kartı yonga levha üreten bir fabrikadan elde edilen yoğunluk verileri kullanılarak elde edilmiş ve incelenmiştir.

Literatürde şu benzeri çalışmalar yapılmıştır. Her değişken için ayrı ayrı kontrol kartı tutmak yerine regresyon analizi uygulanarak, bir döküm firmasında, yedi bağımsız, bir bağımlı değişkenin bulunduğu örnek bir süreç incelenmiş, yeterlilik analizleri sonucunda regresyon modeli oluşturulmuş, elde edilen artıkların kontrol kartı oluşturulmuş ve kartın I. ve II. Tip hata olasılıkları hesaplanmıştır (Alpaykut vd., 2011). Geleneksel kontrol kartları ile regresyon kontrol kartları kombine edilerek posta yönetiminde ve endüstride kullanılmıştır (Mandel, 1969). Diğer bir çalışmada ise data olarak skorlar ve bunların sonuçlarını kullanarak personel seçiminde regresyon kontrol kartları kullanılmıştır (Sandon, 1956). Ayrıca bağımlı değişkenin gelişen performansını sürekli olarak izlemek için regresyon kontrol kartları kullanılmıştır (Rashid vd., 2010). Aykırı değer olması durumu için üyelik dereceleri ile ağırlıklandırma yapan ve karar verici ile etkileşime dayanan genelleştirilmiş bulanık ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini ileri sürmüşlerdir (Chang ve Lee, 1996). Basit regresyon için ağırlıklandırılmış bulanık en küçük kareler

çözümlemesinin iteratif algoritmasını ileri sürmüşlerdir (Yang ve Ko, 1997). Tanaka tarafından tanımlanmış bulanık olmayan bağımsız değişken ve bulanık bağımlı değişkenli problemin çözümü için değiştirilmiş bulanık en küçük kareler yöntemini önermişlerdir (Wang ve Tsaur, 2000). En küçük kareler yaklaşımı ile bulanık parametre tahminli bulanık regresyon modeli sunmuşlardır (Wu ve Tseng, 2002). Etkileşimli bulanık doğrusal regresyon modelleri için bulanık en küçük kareler algoritmasını önermişlerdir (Yang ve Liu, 2003).

2. Materyal ve metod

Kalite kontrol grafikleri bireylerin değeri yerine örneklerin ortalaması ele alınarak yapılır (Özdamar, 2007). Ölçü kalitesinin metrik sistemlerle ölçülmesi sürekli değer olarak belirtilmesi halinde, kontrol diyagramlarının düzenlenmesinde aritmetik ortalama ile standart sapma veya varyasyon genişliği ölçümlerinden yararlanılmaktadır (Kalıpsız, 1994). Bu metrik sistemlerle ölçülen ve elde edilen metrik değerler zamana bağlı olarak azalabilir ya da artabilir, bu gibi durumlarda geleneksel kontrol grafiklerini uygulamak mümkün olmayabilir (Burnak, 1997). Bu sebeple elde edilen metrik değerlerin söz konusu değişimine uygun bir kontrol grafiği kullanmak gerekmektedir. Bu çalışmada Isparta'da orman endüstri sektöründe işlev gören bir yonga levha fabrikasında bu amaca uygun olarak üretim hattından alınan ve zamana bağlı olarak artan, yonga levha yoğunluk değerleri ölçülmüş, numune boyutu ve numune sayısı ise üretim miktarına göre MIL-STD 414 standartlarına dayanılarak numune boyutu 3 ve numune sayısı 14 olarak alınmış (Akkurt, 2002) ve bu yoğunluk değerlerinin \bar{X} , R değerleri bulunarak en küçük kareler yöntemine dayanan regresyon kontrol grafiği geliştirilerek bir uygulama yapılmıştır. Daha sonra elde edilen bu ortalamalar kullanılarak en küçük kareler yöntemini içeren regresyon kontrol kartı ile yeni limit değerleri elde edilmiştir.

İstatistikte en önemli konulardan birisini regresyon analizi oluşturmaktadır. Regresyon analizi genellikle değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesinde (Bardossy, 1990) ve bir fonksiyonun uygun değerleri için katsayıların belirlenmesinde kullanılmaktadır (Yu vd., 2005) değişkenler arasındaki ilişkinin derecesini gösteren katsayıya korelasyon katsayısı (coefficient of correlation), değişkenler arasındaki ilişkinin fonksiyonel şeklini belirleyen denkleme ise regresyon denklemi (regression equation) adı verilir (Gürsaka, 1997).

Regresyon analizi yapılırken en çok kullanılan yöntemlerden biri en küçük kareler yöntemidir ve değişkenler arasındaki ilişkileri belirlerken kullanılır. Süreç ortalamasında meydana gelen artma ve/veya azalma durumunda regresyon kontrol grafiğine başvurulabilir. Söz konusu grafiğin esası süreç ortalamasının doğrusal bir trende sahip olduğu X grafiğine, doğrusal bir trend uydurulmasından başka bir şey değildir. Prosesin ortalamasında meydana gelen artma veya azalmanın nedeni genellikle makine eskimesi veya alet aşınmasıdır. Örnekleme ilişkin noktaların grafiği yukarı eğimli doğrusal bir trende sahip olursa bu trend doğrusunu bulmak için yaygın olarak kullanılan, yarı ortalama trend doğrusu tekniği, diğeri ise en küçük kareler trend doğrusu tekniği olmak üzere iki teknik mevcuttur. Mevcut veri kümesine bir doğru uydurulmasının en doğru yaklaşımı en küçük kareler

teknikidir. Gerek yarı ortalama gerekse en küçük kareler doğrusu ile elde edilen sonuçlara dayanarak, ortalamadaki küçük ancak sürekli bir kayma için kontrol sınırları oluşturulur. Bu amaçla en küçük kareler metodu kullanılarak bulunan denklemlerdeki kesme terimi orta çizgi olmak üzere, grafik üzerinde orta çizginin üst ve altındaki A_2R aralığına yerleştirilerek kontrol sınırları bulunur.

Süreç karakteristiğindeki değişme, zaman, üretilen birim sayısı, vb. bir bağımsız değişkene göre doğrusal ya da doğrusal olmayan yapıda olabilir. Bu çalışmada doğrusal yapıda ve bir değişkene bağlı olan değişme incelenmiştir. Süreçteki karakteristiği X (levha yoğunluğu) ve örnekteki birim sayısı n olsun. Eşit zaman aralıklarında örnekleme yapılarak, süreç karakteristiğinin \bar{x} ile örnek numarası ya da zaman arasındaki ilişki doğrusal bir fonksiyon ile ifade edilmiştir. t örnek sayısı iken, bu fonksiyon $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ olmak üzere

$$B[\bar{x}] = \alpha + \beta t \quad (1)$$

olarak yazılabilir.

Regresyon analizi ile ilgili varsayımlardan yararlanılarak, fonksiyonun α ve β katsayıları m tane örnek alınarak elde edilen normal denklemlerin çözümüyle belirlenmiştir.

$$\sum_{t=1}^m \bar{X} = ma + b \sum_{t=1}^m t_i \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^m t_i \bar{X} = a \sum_{t=1}^m t_i + b \sum_{t=1}^m t_i^2 \quad (3)$$

Süreç karakteristiğine uygun doğru bulunup, örnek değişim aralıkları ortalaması \bar{R} 'dan yararlanarak kontrol sınırları belirlenmiştir. Çizilmiş olan kontrol sınırları

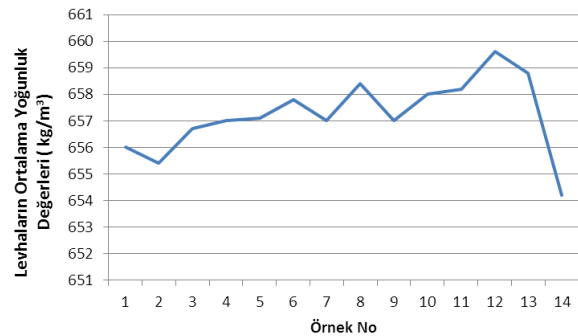
$$\bar{X}_c = a + bt \quad (4)$$

doğrusunun altında ve üstünde ona paralel şekildedir (Burnak, 1997).

3. Bulgular

Çalışmamızda yonga levhanın yoğunluk değerleri için 14 örnekleme, beş boyutta ölçülüp toplam 70 değer ölçülmüş 14 ortalama yoğunluk değeri ve değişim aralık değerleri (Çizelge 1) elde edilmiştir.

Şekil 1'de yonga levhaların ölçülen ortalama yoğunluk değerleri zamana bağlı olarak artan bir eğilim göstermektedir.



Şekil 1. Yonga levha yoğunluk ortalamaları

Bu tip verilerde geleneksel kontrol grafiklerinin uygulanması durumunda, alınan örneklerden türetilen gösterge, bir süre sonra grafik üzerindeki kontrol sınırlarının dışına çıkacak ve süreç kontrol dışında olarak algılanabilecektir. Ortalamalar ilgili spesifikasyon içinde olsa bile ya sürece müdahale edilecek, arıza aranacak ya da yeniden ayarlama yapılacaktır. Benzer uygulamalar süreçte aşırı duruşlara neden olacaktır. Bu sebeplerden dolayı çalışmamızda ölçülen yoğunluk değerlerinin söz konusu değişimine uygun regresyon kontrol grafiği uygulanmıştır. Çizelge 1’de görülen yoğunluk değerlerinin ortalamalarıyla zaman arasında doğrusal bir ilişki elde edilmiştir burada 14. örnek kendinden bir önceki örnekten çok farklı bir değer içerdiği için hesaplamalara katılmamış ve çıkartılmıştır. Süreç karakteristiğine uygun doğru bulunmuş ve buna göre $\bar{U}KS_x$ bu doğrunun $A_2\bar{R}$ üstünde AKL_x ise $A_2\bar{R}$ kadar altında yer alacağı aşağıdaki şekilde hesaplanıp kontrol sınırları belirlenmiş ve \bar{x} değerlerinin bulunması gereken aralıkta gösterilmiştir. Yonga levhaların yoğunluk ortalamaları zamana bağlı olarak artış gösterdiğinden örnek numaraları açıklayıcı (bağımsız) değişken olarak ele alınmıştır. Örnek sayısı t olmak üzere \bar{x} için

$$\bar{x} = \alpha + \beta t + \epsilon \quad (5)$$

Doğrusal fonksiyonu yazılmış regresyon analizinden yararlanılarak α ve β katsayıları hesaplanmıştır. Örnek ortalama ve numaralarından ilgili toplamlar hesaplanarak $(\sum \bar{x}, \sum t_i \bar{x}_i, \sum t_i, \sum t_i^2)$ normal denklemler (2) ve (3) yerine yazılıp,

$$\begin{aligned} 8547 &= 13\alpha + 91\beta \\ 59876,2 &= 91\alpha + 819\beta \end{aligned}$$

İki bilinmeyenli denklem sistemi elde edilip ve bu denklem sisteminin çözümü ile regresyon denklemi katsayıları olan α ve β ’nin değerleri

$$\alpha = 655, \beta = 0,26$$

olarak bulunur. Bu değerler yerine konularak (4) regresyon denklemi

$$\bar{x} = 655 + 0,26t \quad (6)$$

bulunur.

Çizelge 1. Ortalama yonga levha yoğunluk değerleri (kg/m³)

Örnek No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
\bar{x}	656	655,4	656,7	657	657,1	657,8	657	658,4	657	658	658,2	659,6	658,8	654,2
R	2,7	1,6	1,1	1,3	1,1	1,2	1,8	1,5	1,4	1,6	1,5	1,4	1,7	1,5

Çizelge 2. Regresyon kontrol grafiği değerleri

t	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{U}KS_x$	656,82	657,08	657,34	657,48	657,74	658,12	658,38
\bar{x}	655,26	655,52	655,78	656,04	656,3	656,56	656,82
AKS_x	653,7	653,96	654,22	654,48	654,74	655	655,26
t	8	9	10	11	12	13	
$\bar{U}KS_x$	658,64	658,9	659,16	659,36	659,68	659,94	
\bar{x}	657,08	657,34	657,6	657,8	658,12	658,38	
AKS_x	655,52	655,78	656,04	656,24	656,56	656,82	

Regresyon doğrusunun altında ve üstünde yer alacak kontrol sınırları uzaklığı

$A_2\bar{R} = 1,023 * 1,53$ kadar olacaktır. $t = 1$ ve $t = 13$ aralığındaki değerler için belirlenen \bar{x} tahmin değerlerine $A_2\bar{R}$ eklenip çıkartılarak elde edilen kontrol sınırları Çizelge 2’de verilmiştir.

Çizelge 2’deki veriler kullanılarak regresyon kontrol grafiği de Şekil 2’de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

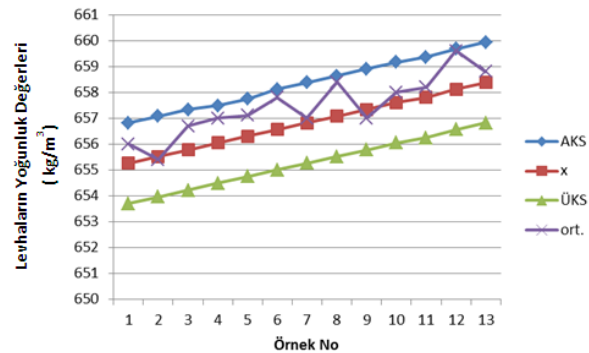
Regresyon kontrol kartının tamamlanması açısından üst ve alt ayar sınırlarının belirlenmesi gerekmektedir. Tahminlerin standart hatası $s_t = 0,83$, ve yoğunluk değerinin standart sapması $\hat{\sigma} = 0,96$ olarak hesaplanarak (7) ve (8)’den üst ve alt ayar noktaları hesaplanır.

$$\bar{U}AN = \bar{U}SS - 3\sigma + 3s_t \quad (7)$$

$$AAN = ASS + 3\sigma - 3s_t \quad (8)$$

4. Tartışma ve sonuç

Regresyon güven sınırları değerleri önemlidir. Regresyon denklemi elde edildikten sonra, bunu kullanarak denklemin ait olduğu toplumda x değerleri için beklenen y değerlerini hesaplayabiliriz. Bu durumda aradığımız x değeri için bulunacak beklenen y değerinin güven sınırları hesaplanarak denetimi yapılabilir. Bu koşullarda nokta tahminine gidilebilir. Fakat regresyon denklemi, tek bir ölçü değeri için çok yanlış sonuç verebilir. Ortalamaya yakın değerlerde, gerçeğe yaklaşım sağlanır, fakat uç kısımlarda çok anormal sayılarla karşılaşılabilir.



Şekil 2. Regresyon kontrol grafiği

Çalışmada, öncelikle 14 ortalama yoğunluk değeri elde edilmiştir, ortalama değerleri belirlenmiş ve grafiği çizilmiştir. Şekil 1’de görüldüğü üzere yonga levhaların ölçülen yoğunluk değerleri zamana bağlı olarak artan bir eğilim göstermektedir, bu tip verilerde geleneksel kontrol grafiklerinin uygulanması durumunda, alınan örneklerden türetilen gösterge, bir süre sonra grafik üzerindeki kontrol sınırlarının dışına çıkacak ve süreç kontrol dışında olarak yoğunluk değerlerinin söz konusu değişimine uygun regresyon kontrol grafiği uygulanmıştır. Örnek sayısı t olmak üzere \bar{x} için normal denklemler (2) ve (3) kullanılarak regresyon denklemi bulunmuş $A_2\bar{R}$ kullanılarak, regresyon doğrusunun altında ve üstünde yer alacak kontrol sınırlarının uzaklıkları Çizelge 2’ de görüldüğü üzere, her t değeri için tahmini değerler ayrı ayrı bulunmuştur. Bulunan bu değerlere ait Şekil 2’deki regresyon kontrol grafiği çizilmiştir. Grafik incelendiğinde kontrol limitleri regresyon çizgisi etrafında ve uzak olmayan bir eğilim göstermektedir aynı zamanda kontrol limitleri çok eğimli olmadığından yoğunluk değerleri arasında çok büyük varyasyon olmadığı anlaşılmaktadır. Paralel limit çizgileri, aşırı uzak olan noktaları verir ve regresyon kontrol kartı levha performansını gelişimini inceleyen en uyumlu yollardan biridir. Regresyon kartı grafiği hatalı değerleri uçlara doğru çok iyi gösterir.

ÜAN ve AAN belirlenmesi regresyon kontrol kartının son aşamasıdır, böylece örnek ortalaması (\bar{x}), ÜAN değerine yaklaştığında sürece müdahale edilir. Düzeltici önlemler sonucunda örnek ortalama değerlerinin AAN değerine yaklaşması sağlanarak süreç yeniden başlatılır. Çalışmamızda ÜAN ve AAN değerlerine bakıldığında süreçte bir sorun görülmemektedir. Normal şartlarda geleneksel diyagramlar uygulandığında sorun görülen üretim sürecinde regresyon kartını uygulamasıyla gerçekte sorun olmadığı anlaşılmaktadır, Bu durum işletmeyi üretim kontrolünde büyük bir maliyetten kurtararak ve büyük zaman kazancı sağlayacağını göstermektedir. Ayrıca bilindiği üzere kalite kontrol grafikleri çizilirken birçok ürün ölçülmektedir ve daha sonra bu ürünler iskarta olmaktadır, bu durum kalite kontrol maliyetlerinin büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Regresyon kartı uygulaması durumunda ise daha az yonga levha kullanılmaktadır bu fabrikada, prosesin ortalamasında meydana gelen artma veya azalmanın nedeni genellikle makine eskimesi veya alet aşınması olduğu belirlenmiştir.

Kaynaklar

- Akkurt, M., 2002. Kalite Kontrol. Eren Matbaası, ISBN 975-511-321-5.
- Alpaykut, S., Firuzan, A.R., Kuvvetli, Ü. 2011. Çok değişkenli kalite kontrolde regresyon düzeltmesi. Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 13(2): 31-41.
- Bardossy, A. 1990. Notes on fuzzy regression. Fuzzy Sets and Systems 37, 65-67.
- Burnak, N., 1997. Toplam Kalite Yönetimi- İstatistiksel Süreç Kontrol. Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Tekam Yayın No:Ts-97-008-NB. Eskişehir, s. 148-155.
- Chang, P.T., Lee, E.S., 1996. A generalized fuzzy weighted least-squares regression. Fuzzy Sets and Systems, 82, 289-298.
- Gürsakar, N., 1997. Bilgisayar Uygulamalı İstatistik II, Alfa Yayınları, ISBN 975-297-073-7, s.306.
- Kalipsız, A., 1994. İstatistik Yöntemler. İÜ Orman Fakültesi Yayınları, Yayın No: 147, s: 314-315, İstanbul.
- Mandel, B.J., 1969. The Regression Control Chart. Journal of Quality Tecnology, 1(1).
- Özdamar, İ.H., 2007. Orman ürünleri endüstrisinde istatistiksel kalite kontrol: yonga levha üretiminde bir uygulama. Süleyman Demirel Üniversitesi Orman Fakültesi Dergisi, 1: 79-91.
- Rashid, N.A., Ghani, I.A., Mehad, S., 2010. Control charts based on regression adjustment. Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences, June 2010, University Teknolgi MARA, Malaysia, pp. 117-127.
- Sandon, F., 1956. A regression control chart for use in personnel sekction. Journal of the Royal Statistical Society, 5(1): 20-31.
- Wang, F.H., Tsaur, R.C. 2000 Insight of a fuzzy regression model, Fuzzy Set and Systems, 112, 355-369.
- Wu, B., Tseng, NF., 2002, A new approach to fuzzy regressionmodels with application to business cycle analysis, Fuzzy Sets and System, 130 (1): 33-42.
- Yang, M.S., Ko, C.H., 1997. On cluster-wise fuzzy regression analysis. IEE transaction on System, Man and Cybernetics Part B: Cybernetics, 27 (1): 1-13.
- Yang, M.S., Liu, H.H., 2003, Fuzzy least squares algorithms for interactive fuzzy linear regression models, Fuzzy Sets and Systems, 135(2): 305-316.
- Yu Xue, Kim, I.S., Son, J.S., Park, C.E., Kim, H.H., Sung, B.S., Kim, I.J., Kang, B.Y., 2005. Fuzzy regression method for prediction and control the bead with in the robotic arc-welding process. Journal of Materials processing Technology, 164-165:1134-1139.